

# 基于Renyi检验的两ROC曲线比较

汇报人：余林 3157042040  
指导老师：欧春泉教授

## 目 录

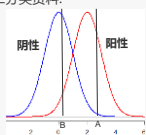
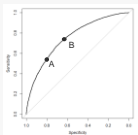
- ▶ 01 研究背景
- ▶ 02 方法介绍
- ▶ 03 模拟研究
- ▶ 04 实例分析
- ▶ 05 结论与讨论

## 1 研究背景

▲ 二分类资料:

诊断结果 \ D (患病情况)	D+	D-	合计
T+	a	b	a+b
T-	c	d	c+d
合计	a+c	b+d	n

▲ 非二分类资料:

## 1 研究背景

▲ AUC

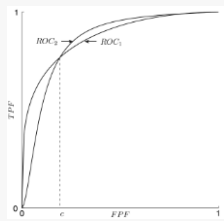
假设检验：H&M法、DeLong法等

▲ 现存问题

Q1：当两ROC曲线相交时，使用AUC作为评价指标得到的结论是否可靠？

Q2：使用pAUC作为评价指标存在缺陷。

- 1、区域选择问题
- 2、丢失部分信息



## 2 方法介绍

▲ Renyi检验

(1) 计算  $t_j$ 时刻前累计加权差之和  $Z(t_j)$

$$Z(t_j) = \sum_{t_k \leq t_j} w(t_k) \left[ d_{ik} - Y_{ik} \left( \frac{d_k}{V_k} \right) \right], j = 1, 2, \dots, r$$

(2) 取  $|Z(t_j)|$ 的上确界来构造统计量。检验统计量  $Q = \sup \{|Z(t_j)|, t_j \leq \tau\} / \sigma(\tau)$

▲ 统计量构造

(1) 计算每个诊断界值点  $T_j$  下实际新增阳性数  $p_{ik}$  和理论新增阳性数  $P_k$

$$Z'(T_j) = \sum_{i,k \leq T_j} w(T_k) \left[ p_{ik} - P_k \left( \frac{P_k}{N_k} \right) \right], j = 1, 2, \dots, r$$

(2) 取累计加权值中数值最大值和方差值构建统计量， $Q' = \sup \{|Z'(T_j)|, T_j \leq \tau\} / \sigma'(\tau)$

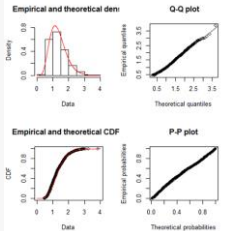
## 2 方法介绍

▲ 统计量分布

重抽样得到统计量的频数分布图

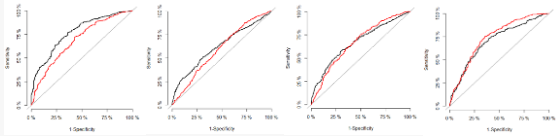
观察直方图，总结出可能服从的分布

利用拟合函数对其进行拟合



### 3 模拟研究

#### ▲模拟情形



#### ▲模拟数据的产生

- 诊断结果服从广义伽马分布
- 重抽样得到统计量Q的分布
- 显著性水平 $\alpha=0.05$

#### ▲模拟评价指标

- 1、一类错误
- 2、检验效能

### 3 模拟研究

#### ▲参数设置

##### --无相交时

$\mu$	$\mu_{control}=\mu_{case1}=2$ $\mu_{control}=\mu_{case2}=1.25$ $\mu_{control}=\mu_{case1}=1$
$\sigma$	1
样本量	$n_{control}=n_{case1}=n_{case2}=30,50,100,200,500$
	$n_{control}=n_{case1}=100, n_{case2}=50$
	$n_{control}=50, n_{case1}=n_{case2}=100$

##### --有相交时

$\lambda_1$	$\lambda_{control}=1.3575$ $\lambda_{case1}=1.3575$ $\lambda_{case2}=0.1653$ $\lambda_{control}=0.1653$
$\lambda_2$	后部交叉: $\lambda_{control}=0.012$ $\lambda_{case1}=0.02$ $\lambda_{case2}=0.014$ 中部交叉: $\lambda_{control}=0.02$ $\lambda_{case1}=0.03$ $\lambda_{case2}=0.014$ $\lambda_{control}=0.014$ 前部交叉: $\lambda_{control}=0.02$ $\lambda_{case1}=0.012$ $\lambda_{case2}=0.014$ $\lambda_{control}=0.014$
$\lambda_3$	$\lambda_{control}=0.009995$ $\lambda_{case1}=0.009995$ $\lambda_{case2}=0.009995$ $\lambda_{control}=0.009995$
	$\lambda_{control}=0.028$ $\lambda_{case1}=0.028$ $\lambda_{case2}=0.028$ $\lambda_{control}=0.009995$

模拟次数 10000次

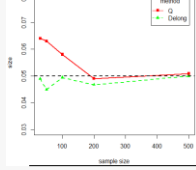
样本量  $n_{control}=n_{case1}=n_{case2}=30,50,100,200,500$

模拟次数 外循环 5000次 内循环 1000次

### 3 模拟研究

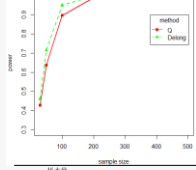
#### ▲模拟结果：无交叉

情形1 两ROC曲线无相交时的一类错误



sample size	Q	Delong
control control case1 control 2	0.061	0.0511
100 50 100 50	0.059	0.0508

情形1 两ROC曲线无相交时的检验效能

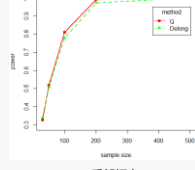


sample size	Q	Delong
control control case1 control 2	0.259	0.26065
100 50 100 50	0.216	0.2229

### 3 模拟研究

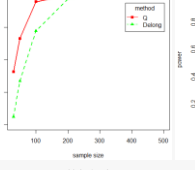
#### ▲模拟结果：有相交

情形2 两ROC曲线后部相交时的检验效能



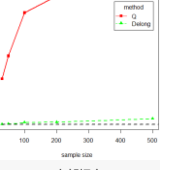
后部相交

情形4 两ROC曲线前部相交时的检验效能



前部相交

情形3 两ROC曲线中部相交时的检验效能

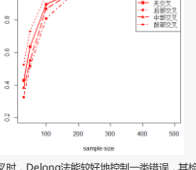


中部相交

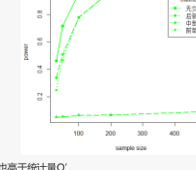
### 3 模拟研究

#### ▲总结

四种情形下统计量Q的检验效能



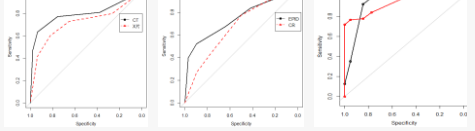
四种情形下Delong法的检验效能



- 1、无交叉时，Delong法能较好地控制一类错误，其检验效能也高于统计量Q
- 2、有交叉时：统计量Q的检验效能均高于Delong法  
Delong法：在前后部相交时检验效能差异不大，中部交叉时不适用；  
统计量Q：在前部和中部相交时表现更好

### 4 实例分析

#### ▲实例数据



#### ▲结果

	实例1		实例2		实例3	
	统计量	P值/95%分位数	统计量	P值/95%分位数	统计量	P值/95%分位数
Delong	-2.953	0.003	-4.3978	<0.001	-0.741	0.459
Q	16.672	2.355	2.288777	1.888	7.948	1.544

## 5 结论与讨论

### ▲ 结论

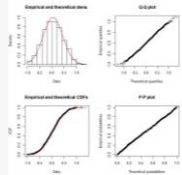
- 1、在实际应用中，先绘制ROC曲线图，观察两ROC曲线是否存在相交的情况，以及其相交情形
- 2、若无相交，则可使用AUC来进行统计推断；若存在相交，建议使用两ROC曲线比较的方法

### ▲ 讨论

统计量的分布:

$$Z'(T_j) = \sum_{T_k \leq T_j} w(T_k) \left[ P_{1k} - P_{1k} \left( \frac{T_k}{T_j} \right) \right]; \quad w \text{ 取总阳性数的倒数}$$

$$Q' = \sup \{ |Z'(T_j)|, T_j \leq \tau \} / \sigma'(\tau) \quad \xrightarrow{2.51 \log}$$



# THANKS!